

Control difuso para el seguimiento de guiñada del AUV Cormorán

Julián González^a, Spartacus Gomáriz^{a,*}, Carles Batlle^b

^aGrupo SARTI, Departament d'Electrònica, Universitat Politècnica de Catalunya. Rbla. de l'Exposició, 61-69. Edificio Neópolis, 08800, Vilanova i la Geltrú, España.

^bInstitut d'Organització i Control y Departament de Matemàtica Aplicada 4, Universitat Politècnica de Catalunya. EPSEVG, Av. V. Balaguer 1, 08800, Vilanova i la Geltrú, España.

Resumen

En este trabajo se presenta en detalle el diseño de un control difuso para el seguimiento de guiñada de un vehículo autónomo submarino. Este control está desarrollado a partir de la descripción matemática del modelo hidrodinámico del vehículo, que se estudia y discute bajo diferentes situaciones de velocidad de avance o cambios en la referencia de guiñada. Se linealiza el modelo matemático y se estudian diferentes controles lineales que son diseñados para actuar en situaciones concretas, de forma que el control difuso se encargue de manejar dichos controles de manera global. Copyright © 2015 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L.U. Todos los derechos reservados

Palabras Clave: fuzzy control, autonomous vehicles, linear control systems, mathematical models, continuous path control

1. Introducción

El Cormorán es un vehículo de observación de bajo coste, híbrido entre los vehículos autónomos submarinos (AUVs) y los vehículos autónomos de superficie (ASVs) desarrollado en el Instituto Mediterráneo de Estudios Avanzados - IMEDEA en Mallorca (España) por el grupo de oceanografía, en conjunto con la Universidad de las Islas Baleares [Roig et al. (2005)].

Su principio de movimiento es el de navegar sobre superficie para alcanzar determinados *waypoints*, en los cuales para y realiza una inmersión en vertical tomando datos del agua, tales como salinidad, temperatura o nivel de pH, entre otros, dependiendo de los sensores que se incorporen para la misión. El vehículo emerge y envía los datos por mensajes GSM a una estación base y continúa hacia el siguiente punto. El vehículo posee una hélice para su propulsión y un timón para controlar la dirección (ver figura 1).

Para conseguir una navegación autónoma es necesario conocer en detalle el modelo dinámico del vehículo, y al mismo tiempo poseer un buen sistema de control de trayectoria que defina las acciones a tomar tanto en el timón como en la hélice de propulsión. En González et al. (2011) se ha definido la aplicación de un control lineal en el vehículo, y en González et al. (2013) se han estudiado los problemas referentes a las limita-



Figura 1: AUV Cormorán

ciones a la hora de diseñar un control lineal que, principalmente, tienen su origen en la linealización intrínseca al modelado de la dinámica del vehículo, en la medida en que condiciona totalmente el diseño del subsistema de control. Así, por ejemplo, el control diseñado mediante esta metodología puede no responder satisfactoriamente cuando se ve sometido a perturbaciones que pongan de manifiesto la no linealidad del modelo dinámico del vehículo o se cambia el punto de operación del vehículo mediante un cambio de la señal de referencia, debido a la dependencia paramétrica de las funciones de transferencia con el régimen estacionario. Se restringe así la posibilidad de que el controlador opere con las mismas prestaciones dinámicas para distintos valores de velocidad y guiñada. Puede concluirse por tanto que si bien esta metodología permite aplicar las potentes y bien conocidas técnicas de control lineal para la concepción del subsistema de control, los diseños resultantes solo son válidos para perturbaciones que mantengan las variables del con-

* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: julian.gonzalez.agudelo@upc.edu (Julián González), spartacus.gomariz@upc.edu (Spartacus Gomáriz), carles.batlle@upc.edu (Carles Batlle)

trolador en una determinada “zona” situada en torno a un único punto de trabajo.

Como solución a estas limitaciones en la literatura se encuentran varias alternativas de control no lineal, desde el uso de control por backstepping hasta soluciones con funciones de Lyapunov o control sliding. Muchos autores se enfocan en desarrollos de controladores tipo Gain Scheduling, como en Silvestre and Pascoal (2007) que lo usan como un interpolador de controles lineales diseñados para diferentes velocidades. En cuanto a controladores difusos varios autores los implementan para la evasión autónoma de obstáculos como en Dong et al. (2005) y en Liu et al. (2012), que se diseñan las *memberships* en función de la cercanía al obstáculo y la velocidad de avance. También empiezan a aparecer trabajos en la literatura que intentan aprovechar las ventajas de la metodología Gain Scheduling de aplicar diferentes controles lineales pero aplicando técnicas difusas para gestionarlos, por ejemplo Zhang et al. (2012) y Jun et al. (2012) que se centran en desarrollar un control difuso para AUVs de forma que gestionan diferentes acciones con controladores lineales encargados de actuar en situaciones concretas de velocidad, sin embargo, no se calculan los parámetros del control difuso a través de un procedimiento analítico, sino que se realiza una interpretación lingüística y tampoco se tienen en cuenta las limitaciones que pueda tener el sistema. En Reddy et al. (2010) puede verse una comparativa entre el uso de un control difuso y un control tipo Gain Scheduling, en donde se verifica que el control difuso permite realizar una acción de similar desempeño a la del Gain Scheduling.

Por tanto, dadas las buenas prestaciones de las técnicas difusas como interpolador de controles se propone en este trabajo utilizar un controlador difuso de tipo TSK para gestionar la aplicación de diferentes controles PID obtenidos a través de las bien conocidas técnicas de control lineal y actuando en condiciones concretas de velocidad y también de referencia en la guiñada. De igual forma muestra un desarrollo analítico del diseño de los controles lineales siguiendo las características de un AUV y teniendo en cuenta la limitación del ángulo del timón. El procesado difuso establece unas zonas de activación o desactivación de reglas (entendiendo por activación la contribución efectiva de una regla a la acción de control) que pueden ser controladas mediante los conjuntos difusos de los antecedentes. Este establecimiento de zonas, conocido como “mapeado” del espacio de las variables de entrada [Driankov et al. (1993)] [Takagi and Sugeno (1985)] permite asignar acciones de control diferentes según el valor de las variables de entrada.

El trabajo se estructura de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta el modelo matemático del vehículo en su representación no lineal; en la sección 3 se presenta una linealización del vehículo sobre la velocidad de avance; en la Sección 4 se presenta la estructura de control que se usa y se esbozan algunos métodos de navegación; en la Sección 5 se presenta el diseño de diferentes controles lineales y sus limitaciones a la hora de imponer dichas acciones en el timón; en la Sección 6 se presenta el desarrollo del controlador difuso; en la Sección 7 se discuten las simulaciones y resultados obtenidos. Finalmente en la Sección 8 se presentan las conclusiones.

2. Modelo matemático del vehículo

La configuración de cualquier vehículo marino se caracteriza usando 6 grados de libertad, que son: el movimiento de avance (x), movimiento lateral (y), movimiento de arfada (z), rotación de alabeo (ϕ), rotación de cabeceo (θ) y rotación de guiñada (ψ). Debido al principio de movimiento del Cormorán descrito en la sección anterior, en este trabajo solo se tomarán en cuenta 3 grados de libertad, que describen el movimiento sobre superficie: avance, lateral y guiñada. La nomenclatura usada para los vectores de posición, velocidad y fuerza es

$$\begin{aligned} \text{Posición: } & \eta = [x, y, \psi]^T \\ \text{Velocidad: } & v = [u, v, r]^T \\ \text{Fuerza: } & \tau = [X, Y, N]^T. \end{aligned} \quad (1)$$

Siendo x el desplazamiento en el avance, y el desplazamiento lateral, ψ la guiñada del vehículo, u la velocidad en el avance, v la velocidad lateral, r la velocidad de guiñada, X la fuerza aplicada en el avance, Y la fuerza aplicada lateralmente y N el par aplicado. Tanto el vector de velocidad v como el de fuerza τ están descritos en coordenadas referenciadas al vehículo, mientras que el vector de posición η se describe en coordenadas referenciadas a tierra.

Siguiendo el trabajo de Fossen (2002), el modelo generalizado de navegación de un vehículo marino se puede expresar como

$$(M_{RB} + M_A)\dot{v} + (C_{RB} + C_A)v + (D_n + D_f)v = \tau, \quad (2)$$

donde M_{RB} es la matriz de cuerpo rígido, M_A la matriz de masa añadida, C_{RB} la matriz de Coriolis y fuerza centrípeta de cuerpo rígido, C_A la matriz hidrodinámica de Coriolis y fuerza centrípeta, D_n la matriz de amortiguamientos no lineales y D_f la matriz de amortiguamiento de las aletas. La mayoría de estas matrices dependen directamente del vector de velocidad v , lo cual hace que el modelo sea altamente no lineal. En los siguientes apartados se describen en detalle cada una de estas matrices.

2.1. Matrices de la ecuación dinámica

Las matrices de la ecuación (2) de la dinámica del vehículo, se detallan en las ecuaciones (3)-(8). Todas ellas dependen tanto de las velocidades (u, v, r) como de una serie de coeficientes inerciales ($X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Y_{\dot{r}}, N_{\dot{v}}, N_{\dot{r}}$), de amortiguamiento ($X_{u|u}, Y_{v|v}, Y_{r|r}, N_{v|v}, N_{r|r}$), de aletas ($Y_{uvf}, Y_{urf}, Y_{urf}, N_{uvf}, N_{urf}$), de la masa m y el momento de inercia I_z . En la tabla 1 se detallan los valores de dichos coeficientes para el Cormorán, ver Valenciaga et al. (2007).

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$M_A = \begin{bmatrix} -X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & -N_{\dot{v}} & -N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$C_{RB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mv \\ 0 & 0 & mu \\ mv & -mu & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r \\ 0 & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ -(Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r) & X_{\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$D_n = \begin{bmatrix} -X_{u|u}|u| & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{v|v}|v| & -Y_{r|r}|r| \\ 0 & -N_{v|v}|v| & -N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$D_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -Y_{uvf}u\delta_r & -Y_{uvf}u & -Y_{urf}u \\ -N_{uvf}u\delta_r & -N_{uvf}u & -N_{urf}u \end{bmatrix} \quad (8)$$

Tabla 1: Coeficientes Cormorán

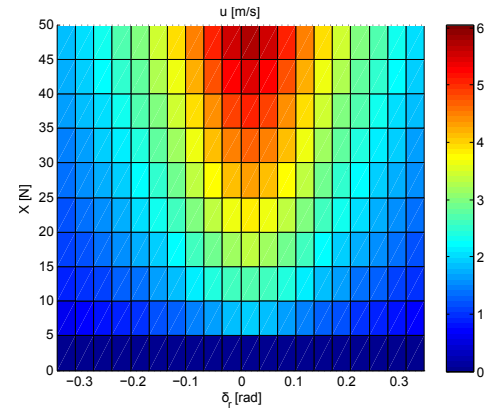
Parámetro	Valor	Unidades
m	24.5500	kg
I_z	2.2060	kg m ²
$X_{\dot{u}}$	-1.0520	kg
$Y_{\dot{v}}$	-22.5600	kg
$Y_{\dot{r}}$	0.0000	kg m/rad
$N_{\dot{v}}$	0.0000	kg m
$N_{\dot{r}}$	-1.8870	kg m ² /rad
$X_{u u}$	-1.3640	kg/m
$Y_{v v}$	-140.1300	kg/m
$Y_{r r}$	-15.0580	kg m/rad ²
$N_{v v}$	-8.7330	kg
$N_{r r}$	3.5990	kg m ² /rad ²
Y_{uvf}	30.3670	kg/(m rad)
Y_{urf}	-30.3670	kg/m
N_{uvf}	20.1900	kg/rad
N_{urf}	-20.1900	kg/rad
N_{uvf}	20.1900	kg
N_{urf}	-13.4200	kg m/rad

2.2. Velocidad en estado estacionario

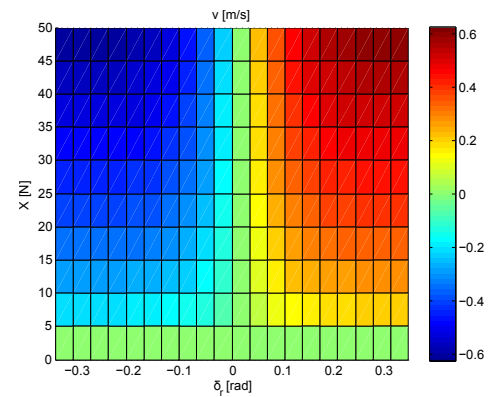
El AUV Cormoran se controla usando dos variables: la fuerza X que determina la propulsión en el avance usando la hélice, y el ángulo δ_r que representa el ángulo del timón para controlar la dirección. Para el desarrollo de este trabajo se toman dos consideraciones: a) El timón se acota entre los valores $\pm 20^\circ$, es decir, $\pm 0,35$ rad, como convención de su limitación mecánica. b) Para la hélice se toma la fuerza en [N] y no la velocidad de revolución, es decir, no se incluye el modelo de la hélice. Esto se hace para facilitar la lectura del documento ya que el modelo de la hélice incluiría otros aspectos más complejos que no afectan en gran medida el propio diseño del controlador. Para interés del lector en DeWijs (2000) se detalla el uso de hélices.

La figura 2 muestra el estado estacionario de las tres componentes del vector de velocidad v al someter al vehículo a las distintas propulsiones y ángulos de referencia. Dichos valores se han simulado en Matlab usando las ecuaciones del modelo dinámico (2).

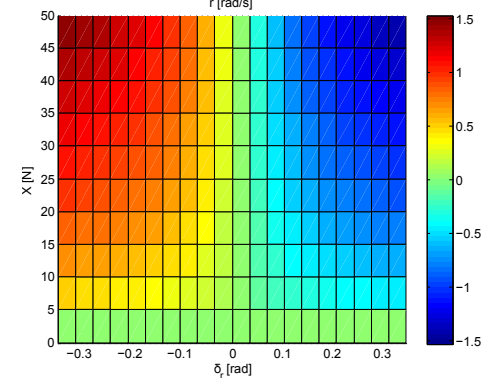
Cabe notar, a partir de la gráfica 2(c), que al mantener un ángulo de timón constante no se obtiene una velocidad de giro definida sino que a mayor propulsión se tiene una velocidad de



(a)



(b)



(c)

Figura 2: Estado estacionario del vector de velocidad v al aplicar diferentes entradas en propulsión y timón. a) Velocidad de avance u . b) Velocidad lateral v . c) Velocidad de guiñada r

giro mayor. Por ejemplo, con una propulsión $X = 5$ N y ángulo de timón $\delta_r = -0,175$ rad se alcanza en estado estacionario la velocidad de giro $r = 0,37$ rad/s, mientras que con $X = 15$ N y mismo ángulo de timón se alcanza en estado estacionario un $r = 0,64$ rad/s. Este punto es importante, ya que tiene ciertas implicaciones a la hora de evaluar el modelo a diferentes velocidades y que se tratará más adelante en el diseño del controlador.

3. Linealización

La linealización del modelo matemático es una buena herramienta para simplificar el modelo y al mismo tiempo para diseñar controladores lineales. En el caso de los vehículos, ésta se realiza linealizando alrededor de la velocidad. Para ello, se asume que en el Cormorán la velocidad de avance u es grande comparada con las velocidades v y r , las cuales pueden considerarse, en comparación, próximas a cero. El punto de trabajo es por lo tanto

$$v_0 = [u_0, 0, 0]^T, \quad (9)$$

y las variables de estado cerca del punto a linealizar son

$$v = v_0 + \Delta v = [u_0 + \Delta u, \Delta v, \Delta r]^T. \quad (10)$$

Siendo así, el modelo dinámico descrito en (2)-(8) se puede subdividir en tres ecuaciones. Reexpresando la primera ecuación se tiene que

$$\begin{aligned} (m - X_{\dot{u}})\dot{u} - (m - Y_{\dot{v}})vr + Y_{\dot{r}}r^2 - X_{u|u}|u| &= X \\ (m - X_{\dot{u}})\Delta\dot{u} - (m - Y_{\dot{v}})\Delta v\Delta r + Y_{\dot{r}}\Delta r^2 + \\ -X_{u|u}(u_0|u_0| + 2|u_0|\Delta u + \Delta u^2 \frac{|u_0|}{u_0}) &= \Delta X. \end{aligned}$$

Los términos $\Delta v\Delta r$, Δu^2 y Δr^2 al ser multiplicaciones de números pequeños se resumen directamente a cero. De igual forma se elimina el término $-X_{u|u}|u_0|$ que no está en función de las variaciones de estado Δv sino que corresponde al offset en estado estacionario, luego

$$(m - X_{\dot{u}})\Delta\dot{u} - 2X_{u|u}|u_0|\Delta u = \Delta X. \quad (11)$$

De la segunda ecuación del modelo dinámico se tiene que:

$$\begin{aligned} (m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - Y_{\dot{r}}\dot{r} + (m - X_{\dot{u}} - Y_{ur})ur - Y_{v|v}|v|v| + \\ -Y_{r|r}|r|r| - Y_{uv}u^2\delta_r - Y_{uv}uv = 0 \\ (m - Y_{\dot{v}})\Delta\dot{v} - Y_{\dot{r}}\Delta\dot{r} + (m - X_{\dot{u}} - Y_{ur})(u_0 + \Delta u)\Delta r + \\ -Y_{v|v}\Delta v|\Delta v| - Y_{r|r}\Delta r|\Delta r| - Y_{uv}(u_0 + \Delta u)\Delta v + \\ -Y_{uv}(u_0^2 + 2u_0\Delta u + \Delta u^2)\Delta\delta_r = 0. \end{aligned}$$

Eliminando los términos cercanos a cero y los términos de offset de estado estacionario

$$(m - Y_{\dot{v}})\Delta\dot{v} - Y_{\dot{r}}\Delta\dot{r} + (m - X_{\dot{u}} - Y_{ur})u_0\Delta r + \\ -Y_{uv}u_0\Delta v - Y_{uv}u_0^2\Delta\delta_r = 0. \quad (12)$$

De la tercera ecuación del modelo dinámico se tiene que

$$\begin{aligned} -N_{\dot{v}}\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} + (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}} - N_{uv})uv + \\ + (-Y_{\dot{r}} - N_{ur})ur - N_{v|v}|v|v| - N_{r|r}|r|r| - N_{uv}u^2\delta_r = 0 \\ -N_{\dot{v}}\Delta\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\Delta\dot{r} + (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}} - N_{uv})(u_0 + \Delta u)\Delta v + \\ + (-Y_{\dot{r}} - N_{ur})(u_0 + \Delta u)\Delta r - N_{v|v}\Delta v|\Delta v| + \\ -N_{r|r}\Delta r|\Delta r| - N_{uv}(u_0^2 + 2u_0\Delta u + \Delta u^2)\Delta\delta_r = 0. \end{aligned}$$

Eliminando los términos cercanos a cero y los términos de offset de estado estacionario

$$-N_{\dot{v}}\Delta\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\Delta\dot{r} + (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}} - N_{uv})u_0\Delta v + \\ + (-Y_{\dot{r}} - N_{ur})u_0\Delta r - N_{uv}u_0^2\Delta\delta_r = 0. \quad (13)$$

Finalmente, uniendo las ecuaciones (11),(12) y (13) en forma matricial se obtiene que el sistema linealizado del Cormorán es

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -2X_{u|u} & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{uv} & m - X_{\dot{u}} - Y_{ur} \\ 0 & X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}} - N_{uv} & -Y_{\dot{r}} - N_{ur} \end{bmatrix} u_0\Delta v + \\ + \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & -N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \Delta\dot{v} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ Y_{uv}u_0^2\Delta\delta_r \\ N_{uv}u_0^2\Delta\delta_r \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

3.1. Polos y ceros del sistema

El modelo linealizado dado por la ecuación (14) posee 2 entradas (propulsión y timón) y 3 salidas (vector de velocidad), con lo que se tienen 6 funciones de transferencia que se interconectan entre sí. De ellas, las más importantes son: a) $\frac{u(s)}{X(s)}$ que relaciona la velocidad de avance con la propulsión, y b) $\frac{r(s)}{\delta_r(s)}$ que relaciona la velocidad de guiñada con el ángulo del timón. De esta última función de transferencia, se puede obtener una más adecuada al aplicar un integrador: $\frac{\psi(s)}{\delta_r(s)}$, obteniéndose la relación entre el ángulo de guiñada y el del timón.

Estas linealizaciones se han calculado para dos velocidades en concreto: 0.3m/s y 3.3m/s, que representan el comportamiento del Cormorán en dos situaciones diferentes.

Función de la velocidad de avance

Esta función de transferencia para la velocidad de avance es de la forma

$$\frac{u(s)}{X(s)} = \frac{0,03906}{s + a} \quad \text{con } a \in \mathbb{R}^+, \quad (15)$$

donde $-a$ es un polo que se va haciendo cada vez más negativo mientras la velocidad u_0 aumenta.

Función del ángulo de giro

Esta función de transferencia del ángulo de giro posee tres polos, pero uno de ellos está muy cercano a un cero y se simplifica, de modo que la función resultante es de la forma

$$\frac{\psi(s)}{\delta_r(s)} = \frac{-b}{s(s + a)} \quad \text{con } a, b \in \mathbb{R}^+, \quad (16)$$

y presenta un polo en $-a$ que se va haciendo cada vez más negativo a medida que la velocidad u_0 aumenta.

4. Estructura de control

La estructura de control descrita en este artículo se basa en implementar dos lazos cerrados de control, donde uno controla la velocidad de avance u usando como actuador la fuerza de propulsión para el avance X , y el otro controla la referencia en la guiñada ψ usando como actuador el ángulo del timón δ_r . El desacoplo entre estas dos variables queda justificado en el sistema de ecuaciones (14), de donde se pueden separar fácilmente las ecuaciones que controlan por un lado a Δu y por otro al conjunto $(\Delta v, \Delta r)$, por lo que el acoplo que pueda existir entre estas variables en el modelo no lineal se puede considerar mínimo. Esta estructura de control se puede observar en la figura 3.

De estos controles, el control de referencia en la guiñada es el más susceptible a cambios y por tanto el que se trabajará en más detalle en la siguiente sección. Respecto al control de la

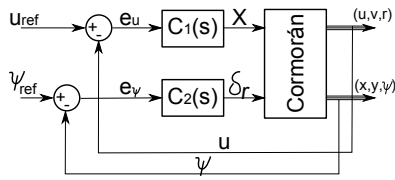


Figura 3: Estructura de control del Cormoran para u_{ref} y ψ_{ref}

velocidad de avance, éste también es sensible a cambios en el punto de linealización del sistema, aunque en menor medida, por lo que este asunto no será tratado en este artículo. Para controlar esta velocidad se usa el control PI

$$C_1(s) = \frac{10(s + 15)}{s} \tag{17}$$

El esquema de control propuesto en la figura 3, cuyo diseño es el objetivo de este trabajo, permite alcanzar una guiñada y una velocidad de referencia. Sin embargo, para realizar el seguimiento de una trayectoria es necesario calcular los valores de velocidad de avance de referencia y ángulo de guiñada de referencia a partir de la trayectoria deseada. Existen varios métodos para realizar este cálculo y depende principalmente del tipo de misión que se quiera realizar. Aguiar and Hespanha (2007) describe los métodos de *path-following* y *trajectory-tracking* (ver figuras 4 y 5). El primero de ellos hace referencia a seguir una posición $p = (x, y)$ sin restricciones de velocidad o tiempo, es decir, solo tomando la posición como objetivo. Por otro lado, el *trajectory-tracking* hace referencia a seguir una posición $p(t)$ en función del tiempo y por consiguiente es más estricto al imponer velocidades y tiempos. Un tercer método existente es el propuesto por Xiang et al. (2011) y Encarnacao and Pascoal (2001), en el que se realiza un *path-tracking*, que es una combinación de los 2 métodos anteriores usando un parámetro λ que se puede variar según el tipo de misión. Aunque el estudio de estos métodos no es objetivo de este trabajo, se presenta en el apartado de resultados algunas simulaciones de seguimiento de trayectoria mediante el método de *path-following* con los controles de guiñada $C_2(s)$ y velocidad de avance $C_1(s)$ diseñados.

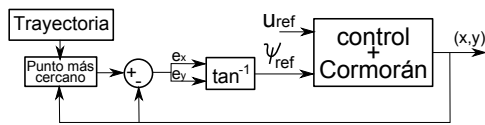


Figura 4: Diagrama de bloques para un *path following*

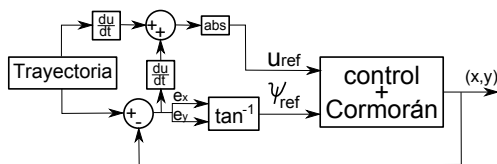


Figura 5: Diagrama de bloques para un *trajectory tracking*

5. Diseño de controles lineales para la guiñada

De las linealizaciones abordadas anteriormente, en esta sección se hace hincapié en la función de transferencia del ángulo de giro $\frac{\psi(s)}{\delta_r(s)}$, de forma que se controle la dirección del vehículo cuando se está ante distintas situaciones tanto de velocidad de avance como de cambios en el rumbo de referencia.

Este control consiste en un lazo cerrado en el que se aplica a la función de transferencia un control previo $C_2(s)$, y usando una brújula se obtiene la orientación ψ que se retroalimenta para calcular el error en la guiñada según la referencia ψ_{ref} (ver figura 6). Dicho lazo cerrado se puede expresar como

$$G_{loop} = \frac{\psi(s)}{\psi_{ref}(s)} = \frac{C_2(s)G(s)}{1 + C_2(s)G(s)} \tag{18}$$

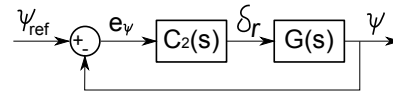


Figura 6: Lazo cerrado para el control de la guiñada

Por otro lado, se tiene en cuenta que no se desea superar los valores máximos del timón, establecidos en $\pm 0,35$ rad, por lo que en el diseño del controlador se analizará al mismo tiempo la función de transferencia

$$\frac{\delta_r(s)}{\psi_{ref}(s)} = \frac{C_2(s)}{1 + C_2(s)G(s)} \tag{19}$$

que relaciona la acción que se le pide al timón respecto a la referencia en la guiñada. Aunque es posible que como resultado del diseño los valores del timón superen el umbral y que, por consiguiente, el modelo no lineal dé lugar a una saturación, no se tendrá en cuenta este hecho en el diseño basado en la linealización.

Dicho esto, el diseño de un control lineal implica encontrar un $C_2(s)$ que lleve los polos del sistema a una región lo más negativa posible, y que al mismo tiempo no exceda los valores máximos permitidos en el timón. A continuación se usarán estas indicaciones tomando en cuenta la respuesta al escalón y la rampa como base para el diseño de diferentes controles PID. Tanto en la respuesta al escalón como en la respuesta a la rampa se usarán dos ángulos de referencia diferentes de forma que se evalúen en los diferentes casos las limitaciones físicas del timón.

5.1. Referencia al escalón

Para diseñar el control basado en la respuesta al escalón se ha calculado el lugar geométrico de las raíces (LGR) para diversos valores de constantes k_p , k_i y k_d , correspondientes a los parámetros de ajuste de un control PID definido en la ecuación 21. Se definirán de igual forma dos ángulos de referencia diferentes (0,1 rad y 1 rad), los cuales se representan con amplitud A en la función de transferencia a la hora de realizar el cálculo de los LGR:

$$G_{loop} = A \frac{C_2(s)G(s)}{1 + C_2(s)G(s)} \tag{20}$$

$$C_2(s) = k_p + k_i \frac{1}{s} + k_d s \tag{21}$$

La variación de los parámetros para calcular los diferentes LGRs se realiza de la siguiente manera:

- El parámetro k_p se varía entre 0 y $-0,35/A$ de forma que el error de la guiñada en el primer instante de tiempo no supere el límite de $\pm 0,35$ rad definido para el timón.
- El parámetro k_d se varía junto con el parámetro anterior entre $-0,0035/A$ y 0 logrando el mismo objetivo que el anterior. Debido a que un control derivativo implica una acción infinita ante una respuesta escalón, no se usará una acción derivativa pura sino una acción derivativa con filtro, como es encuentra implementado en Matlab.
- Las ramas del LGR corresponden al desplazamiento de polos debido a la variación de los parámetros anteriores seleccionando un valor en concreto para k_i . Es decir, con la variación del parámetro k_i lo que se busca es realizar varios LGRs. Dicho parámetro toma valores entre 0 y -7 .

La figura 7 muestra los LGRs del sistema linealizado en la velocidad de 0.3m/s tomando al escalón de referencia de valor 0,1 rad. Las ramas en color verde indican el desplazamiento de polos cuyas acciones no implican una saturación del timón. Por otro lado, las ramas en color cian indican que el desplazamiento de estos polos implica una saturación en el timón. De estos LGRs se ha seleccionado el que desplaza los polos de forma más negativa (azul), en donde se observa que los polos se hacen más estables y cercanos al eje real en los asteriscos marcados en rojo, que se consiguen con las constantes de valor

$$PID_1 = PID_{u_0=0,3,ref=0,1} = [-0,60345 \ 0 \ -0,028966]. \quad (22)$$

Cabe notar que en este caso, así como en los demás de respuesta al escalón la constante k_i conviene que sea 0 para permitir una mayor rapidez.

La figura 8 muestra el LGR para la velocidad de 0.3m/s tomando al escalón de referencia como 1 rad. Se observa que existe una dinámica más lenta a la hora de mover los polos del sistema; esto es debido a que al aumentar el escalón se limitan más las posibilidades del actuador, en este caso el timón. El

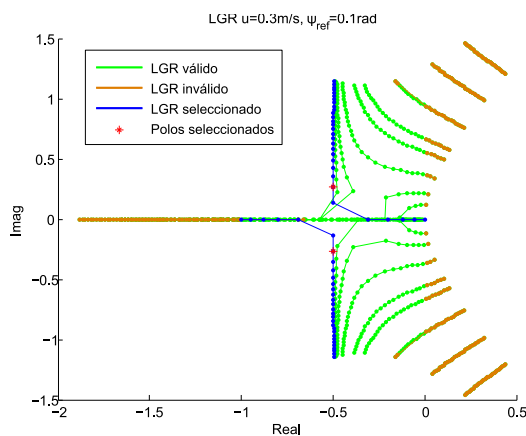


Figura 7: LGRs para velocidad 0,3m/s y referencia de 0.1rad

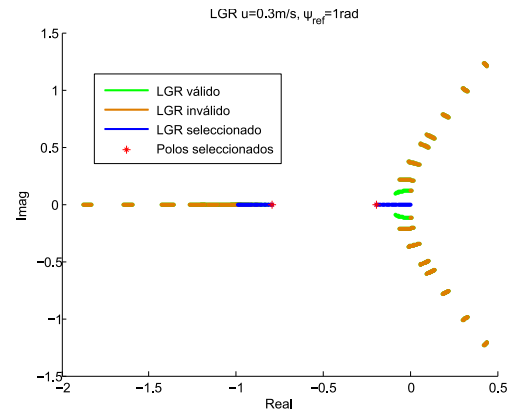


Figura 8: LGRs para velocidad 0,3m/s y referencia de 1rad

control que se adapta mejor a estas condiciones y que lleva al punto más negativo los polos es un control P dado por

$$PID_2 = PID_{u_0=0,3,ref=1} = [-0,35 \ 0 \ 0]. \quad (23)$$

La figura 9 muestra el LGR para la velocidad de 3.3m/s tomando ahora el escalón de referencia con valor 0,1 rad. Ahora los polos tienen una mayor dinámica comparados con los de velocidad baja, debido a que, como se comentó en la Sección 2.2, para velocidades de avance altas se tiene una respuesta más rápida en el ángulo de guiñada. Esto también se evidencia al observar que los polos están en valores reales mucho más negativos que a velocidades bajas. Las constantes del controlador que se adaptan mejor en estas condiciones son

$$PID_3 = PID_{u_0=3,3,ref=0,1} = [-0,72414 \ 0 \ -0,027759]. \quad (24)$$

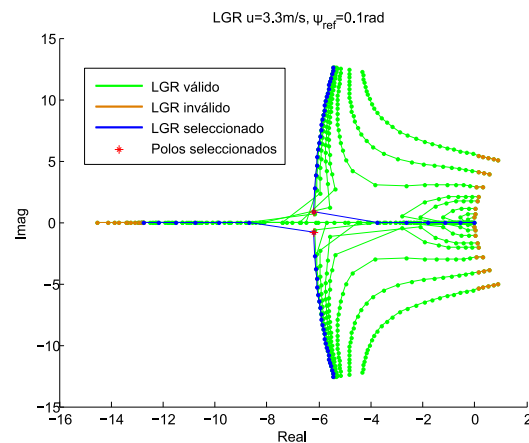


Figura 9: LGRs para velocidad 3,3m/s y referencia de 0.1rad

La figura 10 muestra el LGR para la velocidad de 3.3m/s con el escalón de referencia igual a 1 rad. Tal como se vio para la velocidad baja, la dinámica de los polos disminuye al aumentar el escalón, y el control que mejor se adapta en estas condiciones coincide con el PID_2 de la ecuación (23).

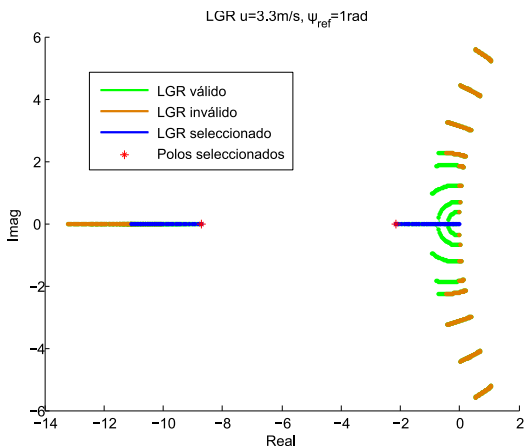


Figura 10: LGRs para velocidad 3,3m/s y referencia de 1rad

5.2. Respuesta a la rampa

De manera análoga al tratamiento de la sección anterior, para diseñar el control basado en la respuesta a la rampa se calcularon diversos LGRs del sistema, pero en este caso usando para dichos cálculos la función

$$G_{loop} = \frac{A}{s} \frac{C_2(s)G(s)}{1 + C_2(s)G(s)}. \quad (25)$$

Debido a que la rampa adiciona un integrador al sistema, para estos casos se hace necesario el uso de la ganancia integral k_i para que permita eliminar el error en estado estacionario.

Para este caso, las variaciones de los parámetros se han tomado como:

- El parámetro k_p se varió entre 0 y $-3,5$, ya que el error ante la rampa no representa un cambio brusco y permite poner estos valores para el k_p en todos los casos sin llegar en ciertas circunstancias a la saturación del timón.
- El parámetro k_d se varió entre $-0,035$ y 0 para todos los casos.
- El parámetro k_i se varió entre 0 y -7 para todos los casos.

Por lo tanto, el desplazamiento de polos al aplicar estos valores es muy similar al observado en el escalón con la diferencia de que se tiene un polo en el origen por el integrador y cambian los valores en los cuales se satura el timón.

La figura 11 corresponde al LGR para la velocidad de 0,3m/s tomando una rampa de referencia de valor 0,1 rad/s. Se muestran las posiciones seleccionadas para los polos que tienen la parte real más negativa posible. Las constantes de PID para este caso vienen dadas por

$$PID_4 = PID_{u_0=0,3,dref=0,1} = [-1,4483 \quad -0,3 \quad -0,020517]. \quad (26)$$

Para el caso de una velocidad de 0.3 m/s y usando una rampa de referencia de 1 rad/s el sistema queda limitado completamente. La figura 12 muestra estos LGR, para los cuales siempre se supera el umbral para el timón. Esto es debido a que a una

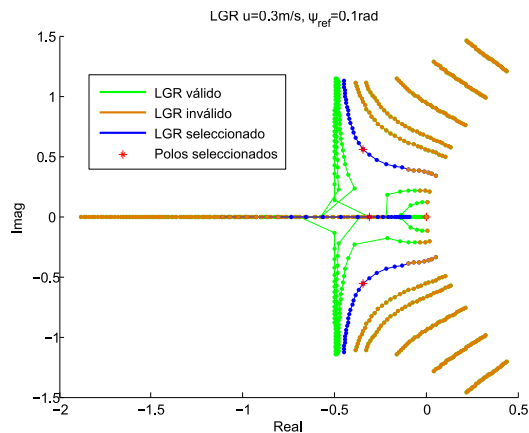


Figura 11: LGRs para velocidad 0,3m/s y referencia de 0.1rad/s

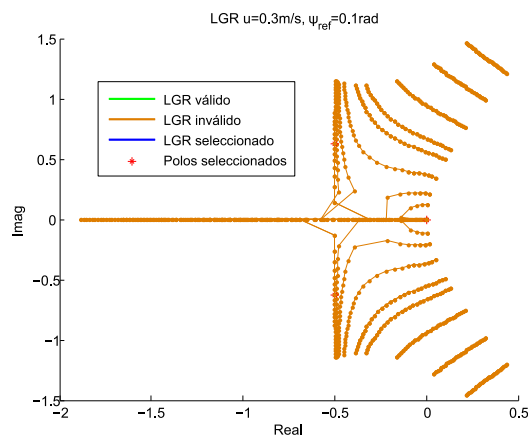


Figura 12: LGRs para velocidad 0,3m/s y referencia de 1rad/s

velocidad de 0.3m/s es imposible para el Cormorán alcanzar velocidades de guiñada de 1 rad/s. Por este motivo, el control usado en este caso se puede tomar igual al anterior PID_5 , de forma que sature rápidamente el timón.

La figura 13 muestra el LGR para la velocidad de 3.3m/s con una rampa de referencia de 0,1 rad/s. Aquí de nuevo se nota una mayor dinámica que permite escoger los polos óptimos con una parte real más negativa. El PID seleccionado en este caso es

$$PID_5 = PID_{u_0=3,3,dref=0,1} = [-1,569 \quad -4 \quad -0,01931]. \quad (27)$$

Respecto al último caso, correspondiente a tomar una velocidad de 3.3m/s con una rampa de 1 rad/s se ha visto que, contrariamente al caso de velocidad baja, sí que es posible alcanzar la velocidad de guiñada deseada. Los LGRs y sus límites coinciden de igual forma con el caso anterior y la figura 13, y por este motivo se toman de igual forma los valores en (27) para diseñar el control.

6. Control difuso

Como se ha evidenciado, el modelo dinámico del Cormorán posee una diversidad de comportamientos que hace necesario

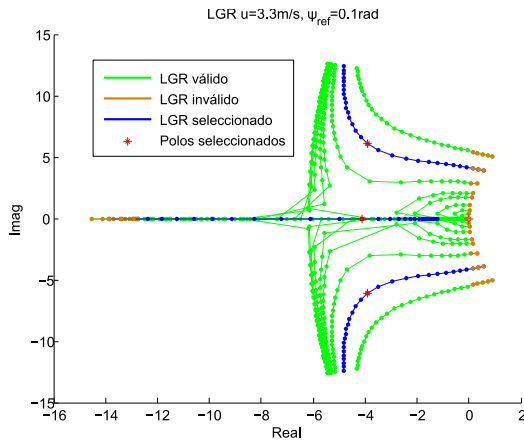


Figura 13: LGRs para velocidad 3,3m/s y referencia de 0.1rad/s

implementar controles especializados para diferentes situaciones dinámicas. La teoría difusa, introducida por Zadeh (1965), permite cuantificar relaciones establecidas de forma imprecisa mediante el lenguaje natural. Esta teoría proporciona los algoritmos necesarios para su computación. La aplicación de este tipo de procesado al control da pie al concepto de controlador difuso [Mamdani and Assilian (1975)] [Driankov et al. (1993)], las características más relevantes de estos controladores difusos son: la capacidad de incorporar acciones de control expresadas de forma lingüística y la capacidad de asignación de acciones de control diferenciadas (control zonal).

Estas características muestran la potencia de este tipo de control para poder computar distintas acciones de control, sin embargo, para evitar la impresión cuantitativa inherente a la descripción puramente lingüística que conlleva un ajuste heurístico de los parámetros del controlador se propone utilizar controladores difusos híbridos como el controlador Takagi Sugeno Kang conocido como control TSK [Takagi and Sugeno (1985)] que permite incorporar un cierto conocimiento de tipo analítico. Este controlador mantiene antecedentes lingüísticos pero define los consecuentes de las reglas como funciones analíticas de las variables de entrada, cuyos parámetros se pueden calcular a través de metodologías analíticas.

Para la navegación del Cormorán se ha usado un control difuso TSK de orden cero cuyo objetivo es servir como un gestor global de controles lineales, de forma que para ciertas zonas de trabajo se apliquen las constantes mencionadas en la sección anterior y en zonas intermedias se apliquen dichas constantes en una combinación de diversos pesos. La figura 14 muestra la arquitectura de control global.

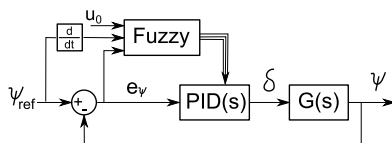


Figura 14: Lazo de control difuso para la guiñada

Las zonas o mapeado donde se aplican los controles lineales se pueden observar en las figuras 15 y 16. En la primera se observan diferentes zonas donde se aplican los controles PID_1 , PID_2 y PID_3 , los cuales fueron diseñados para referencias constantes, es decir, con $\frac{d\psi_{ref}}{dt} = 0$. Las zonas se han definido según los criterios de velocidad alta o baja y error en la guiñada pequeño o grande. De igual forma se observan unas zonas intermedias, en las cuales se aplicará una interpolación lineal de las leyes de control. Por otro lado, en la figura 16 se observan dichas zonas pero con los controles PID_4 y PID_5 , los cuales fueron diseñados para entradas tipo rampa, es decir, con $\frac{d\psi_{ref}}{dt} \neq 0$.

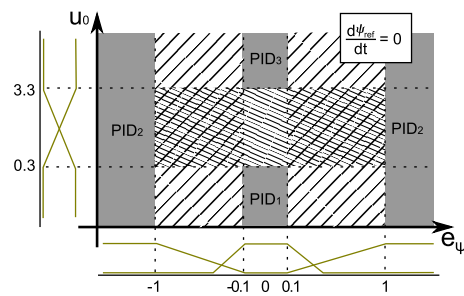


Figura 15: mapeado de controles para $\frac{d\psi_{ref}}{dt} = 0$

De esta forma, para el control difuso se toman como antecedentes 3 variables: la velocidad de avance u_0 , el error en la guiñada e_ψ y la derivada de la guiñada de referencia $\frac{d\psi_{ref}}{dt}$ para las entradas tipo rampa. La velocidad u_0 tiene 2 funciones de pertenencia tomadas como “lenta” y “rápida” cuyos valores coinciden con 0.3 m/s y 3.3 m/s respectivamente, y están basadas en funciones trapezoidales. De manera similar, el error en la guiñada e_ψ tiene 2 funciones de pertenencia trapezoidales: “pequeña” y “grande”, cuyos valores coinciden con ± 0.1 rad y ± 1 rad. Finalmente para la derivada $\frac{d\psi_{ref}}{dt}$ se usan 2 funciones de pertenencia: “cero” y “no cero”, cuyos valores críticos coinciden con 0 rad/s y ± 0.1 rad/s. La figura 17 muestra dichas funciones de pertenencia.

Cabe notar que se usa el error e_ψ en vez de la referencia de guiñada ψ_{ref} ya que el error representa de mejor manera el escalón necesario para alcanzar la referencia.

El control difuso TSK de orden cero tiene la particularidad

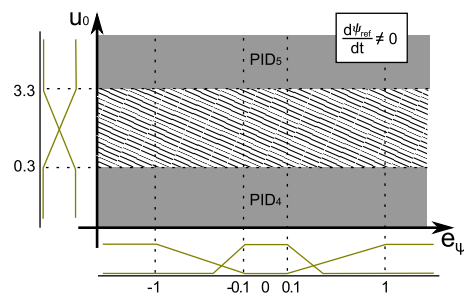


Figura 16: mapeado de controles para $\frac{d\psi_{ref}}{dt} \neq 0$

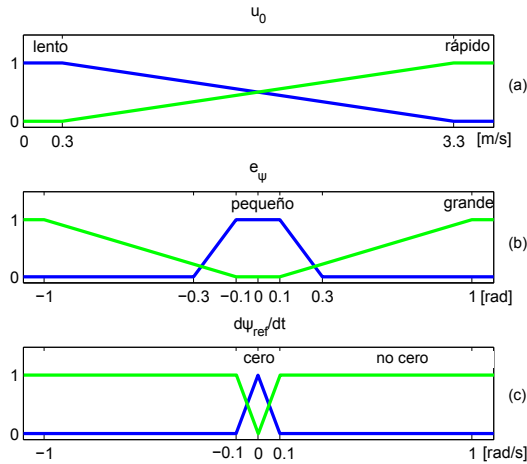


Figura 17: Funciones de pertenencia de los antecedentes del control difuso TSK. a) velocidad de avance u_0 . b) error en la guiñada e_ψ . c) derivada de la referencia de guiñada $\frac{d\psi_{ref}}{dt}$

de usar en los consecuentes funciones *singleton*, las cuales en este caso son constantes y corresponden a las acciones de las constantes k_p , k_i y k_d que se desean en cada situación. Esto simplifica el cálculo de la salida, al contrario que la aproximación de Mandani, que usa sumatorios y combinaciones lineales para realizar la *defuzificación*,

$$\kappa = \frac{\sum(\alpha_r \cdot w_r)}{\sum \alpha_r}, \quad (28)$$

donde w_r es la constante correspondiente al consecuente de cada regla, y α_r es el mínimo valor evaluado entre varias funciones de pertenencia correspondientes a las evaluaciones lingüísticas de cada regla.

De esta forma, el conjunto de reglas se construye directamente a partir de los controles diseñados anteriormente. La tabla 2 muestra el compendio de todos los casos.

u_0	ψ_{ref}	$\frac{d\psi_{ref}}{dt}$		k_p	k_i	k_d
1. SI lento \wedge pequeño \wedge cero	ENTONCES	-0.60345	0	-0.028966		
2. SI — \wedge grande \wedge cero	ENTONCES	-0.35	0	0		
3. SI rápido \wedge pequeño \wedge cero	ENTONCES	-0.72414	0	-0.027759		
4. SI lento \wedge — \wedge -cero	ENTONCES	-1.4483	-0.3	-0.020517		
5. SI rápido \wedge — \wedge -cero	ENTONCES	-1.569	-4	-0.01931		

Tabla 2: Reglas del control difuso TSK

7. Resultados

Los controladores han sido simulados usando la herramienta Simulink de Matlab. Para compararlos se han usado en cada simulación dos controladores lineales y un controlador difuso rígidos por los diseños desarrollados en las secciones anteriores.

En la figura 18 se muestra el desempeño de cada controlador ante diferentes situaciones de respuesta al escalón. Para ello se ha simulado el vehículo yendo a una velocidad constante u , y se le ha aplicado en el tiempo 0 una nueva referencia en la

guiñada ψ_{ref} . Las velocidades usadas para la velocidad u son: 0.3m/s, 1m/s y 3,3m/s. Las referencias de guiñada ψ_{ref} usadas son: 0,1 rad, 0,6 rad y 1 rad. Los dos controles lineales usados son PID_1 - PID_2 o PID_2 - PID_3 dependiendo de la velocidad de avance a la que se simule, y que coincide con los dos controles próximos diseñados en la zona de trabajo (figura 15) En cada simulación se puede observar que el controlador difuso sigue el respectivo control lineal para los casos en los que fue diseñado, y sigue la referencia de forma intermedia entre los dos controladores lineales en zonas intermedias. En algunos en concreto se visualiza que durante los primeros instantes de tiempo el control difuso se asemeja al control lineal para cambios altos, pero cuando se alcanza el estado estacionario se asemeja más al control lineal para cambios pequeños, lo que hace que finalmente se comporte de una manera óptima para cada uno de los escenarios. Respecto a la saturación del timón se observa en algunos casos al controlador PID_1 o al PID_3 con la etiqueta “ δ_r sat”, que indica que el timón ha saturado en algún momento. Estos casos se dan precisamente en simulaciones donde dicho control no ha sido diseñado para esas condiciones.

Por otro lado, en esta misma figura se evidencian los tiempos necesarios para alcanzar dicha referencia en la guiñada según la velocidad de avance u . Cuando se está a una velocidad constante de 0.3m/s se tarda unos 12s aproximadamente en alcanzar la referencia, mientras que a una velocidad constante de 3.3m/s se tarda 1.5s aproximadamente. Estas diferencias de tiempos coinciden con el análisis hecho en la sección 2.2 de que se tiene una velocidad de giro r mayor mientras la propulsión sea mayor.

La figura 19 muestra 4 simulaciones de la respuesta a la rampa en las que se simulan tanto la velocidad lenta y la velocidad rápida, como rampas de 0,1 rad/s y 1 rad/s. De manera similar al caso anterior, se ha usado un control difuso como combinación de todas las reglas, y este control se compara con otros 2 controles lineales diseñados para la rampa. En la referencia de 0.1rad/s a velocidad lenta, se observa que el PID_4 es más exacto que el PID_5 , y el control fuzzy opta por el PID_4 . Usando la misma velocidad de avance pero con la referencia de 1rad/s se observa que el sistema no es capaz de seguirlo por la propia limitación física de la saturación del timón. Por otro lado, cuando se usa la velocidad rápida, se observa en las situaciones de 0.1rad/s y 1rad/s que el PID_5 es más óptimo que el PID_4 y el control fuzzy ha optado por seguir al PID_5 .

Finalmente, la figura 20 muestra un par de simulaciones de seguimiento de trayectorias, en donde se aplican los controles anteriormente diseñados. El tipo de seguimiento en los dos casos es un *path-following*. La gráfica 20(a) muestra una situación en la que se debe seguir una curva muy cerrada en pocos metros y a una velocidad alta, es decir, una velocidad de guiñada r alta. Se observa que el control difuso sigue y se adapta al camino rápidamente, mientras que para los controles diseñados para entradas constantes se nota una cierta desviación de la trayectoria. La gráfica 20(b) muestra la situación contraria, en la que las distancias son grandes pero los waypoints son reducidos, lo que implica que en puntos concretos la referencia en la guiñada cambie repentinamente como una entrada tipo escalón. De nuevo se constata que el control difuso sigue los puntos de

una forma suave y directa al igual que los PID's diseñados para escalones, mientras que los PID's diseñados para entradas tipo rampa presentan mayores oscilaciones al seguir la trayectoria.

Cabe notar que en este trabajo solo se han mostrado resultados a nivel de simulación. Con futuras pruebas experimentales se podrían analizar en mayor detalle sus limitaciones, condiciones en mar abierto, y acotar valores como fuerza máxima de propulsión y velocidad máxima de giro.

8. Conclusiones

En este trabajo, a través del modelo matemático del vehículo Cormorán, el cual incluye ciertas no linealidades que hacen que su comportamiento se deba desglosar en diferentes zonas de acción, se ha linealizado el sistema alrededor de dos velocidades de avance diferentes y se han obtenido las funciones de transferencia correspondientes al movimiento de la guiñada. Dichos sistemas lineales pueden ser tratados con la teoría clásica de control lineal y se han diseñado diferentes controladores PID según situaciones de velocidad, ángulo de referencia en la guiñada y derivada respecto al tiempo de la referencia en la guiñada. Para dichos controles también se han tenido en cuenta las limitaciones físicas del vehículo.

Los trabajos anteriores sobre control lineal y limitaciones en el vehículo Cormorán ya evidenciaban la limitación de usar un único controlador lineal, por lo tanto, la aportación de este trabajo se centra en el uso de un controlador difuso tipo TSK que realiza una función de interpolación de zonas de acción, de forma que adapta el control de la guiñada en las situaciones concretas de velocidad de avance y referencia de guiñada. Los resultados obtenidos son satisfactorios tanto a la hora de evaluar referencias tipo escalón, como evaluando referencias tipo rampa. De igual forma se han probado diversos seguimientos de trayectorias, que muestran el buen desempeño del controlador difuso al enfrentarse a diversas especificaciones.

Aunque localmente con los polos en el semiplano complejo izquierdo se ha demostrado que el sistema es estable para cada uno de los controles lineales diseñados, como líneas futuras se estudiará la estabilidad global del sistema para así confirmar el buen rendimiento y estabilidad que ya se nota en los resultados de simulación.

English Summary

Fuzzy control for yaw tracking of Cormoran AUV

Abstract

This work presents in detail the fuzzy control design for yaw tracking of an autonomous underwater vehicle. This control has been developed from the mathematical description of the hydrodynamic model of the vehicle, which is studied and discussed from different situations both in surge velocity as in changes in yaw reference. The model is linearized and several linear controls are designed for their actuation at certain situations, in a way that the fuzzy control allows to handle those controls globally.

Keywords:

fuzzy control, autonomous vehicles, linear control systems, mathematical models, continuous path control.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia de España y la Unión Europea (FEDER), proyectos CGL2013-42557-R y DPI2011-25649.

Referencias

- Aguiar, A., Hespanha, J., aug. 2007. Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty. *Automatic Control*, IEEE Transactions on 52 (8), 1362–1379.
- DeWijs, B., september 2000. Auv/rov propulsion thrusters. In: *Proceedings of MTS/IEEE Conference and Exhibition OCEANS 2000*. Vol. 1. Providence, Rhode Island, USA, pp. 173–176.
- Dong, T., Liao, X., Zhang, R., Sun, Z., Song, Y., may 2005. Path tracking and obstacles avoidance of uavs - fuzzy logic approach. In: *Fuzzy Systems, 2005. FUZZ '05. The 14th IEEE International Conference on*. pp. 43–48.
- Driankov, D., Hellendoorn, H., Reinfrank, M., 1993. *An introduction to fuzzy control*. Berlin, Hong Kong: Springer Verlag 12.
- Encarnacao, P., Pascoal, A., 2001. Combined trajectory tracking and path following: an application to the coordinated control of autonomous marine craft. In: *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*. Vol. 1. pp. 964–969 vol.1.
- Fossen, T. I., 2002. *Marine Control Systems Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Marine Cybernetics, Trondheim, Norway.
- González, J., Benezra, A., Gomáriz, S., García, A., September 2011. Hydrodynamic model, simulation and linear control for cormoran-auv. In: *Martech 2011*. Cádiz, Spain.
- González, J., Masmithjà, I., Gomáriz, S., Llorens, A., November 2013. Linear control of the yaw and rudder limitations for cormoran auv. In: *Martech 2013*. Girona, Spain.
- Jun, S. W., Kim, D. W., Lee, H. J., Oct 2012. Design of t-s fuzzy-model-based diving control of autonomous underwater vehicles: Line of sight guidance approach. In: *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2012 12th International Conference on*. pp. 2071–2073.
- Liu, S., Wei, Y., Gao, Y., Aug 2012. 3d path planning for auv using fuzzy logic. In: *Computer Science and Information Processing (CSIP), 2012 International Conference on*. pp. 599–603.
- Mamdani, E., Assilian, S., 1975. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies* 7 (1), 1–13.
- Reddy, B., Srinivas, Y., VenkataRamesh, E., Dec 2010. Analytical structures of gain-scheduled fuzzy pi controllers. In: *Industrial Electronics, Control Robotics (IECR), 2010 International Conference on*. pp. 122–128.
- Roig, D., Martínez, M., Garau, B., Álvarez, A., Tintoré, J., Autumn 2005. A low-cost autonomous vehicles for coastal sea monitoring. *Instrumentation Viewpoint* (4), 16–17.
- Silvestre, C., Pascoal, A., 2007. Depth control for the infante auv using gain-scheduled reduced order output feedback. *Science Direct*, 883–895.
- Takagi, T., Sugeno, M., January 1985. Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control. *IEEE Transactions on SMC* 15 (1), 116–132.
- Valenciaga, F., Puleston, P. F., Calvo, O., Acosta, G., June 2007. Trajectory tracking of the cormoran auv based on a pi-mimo approach. In: *OCEANS 2007 - Europe*. pp. 1–6.
- Xiang, X., Lapierre, L., Liu, C., Jouvencel, B., 2011. Path tracking: Combined path following and trajectory tracking for autonomous underwater vehicles. In: *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE, pp. 3558–3563.
- Zadeh, L. A., 1965. Fuzzy sets. *Information and Control* 8, 338–353.
- Zhang, W., Wang, H., Bian, X., Yan, Z., Xia, G., Oct 2012. The application of self-tuning fuzzy pid control method to recovering auv. In: *Oceans, 2012*. pp. 1–5.

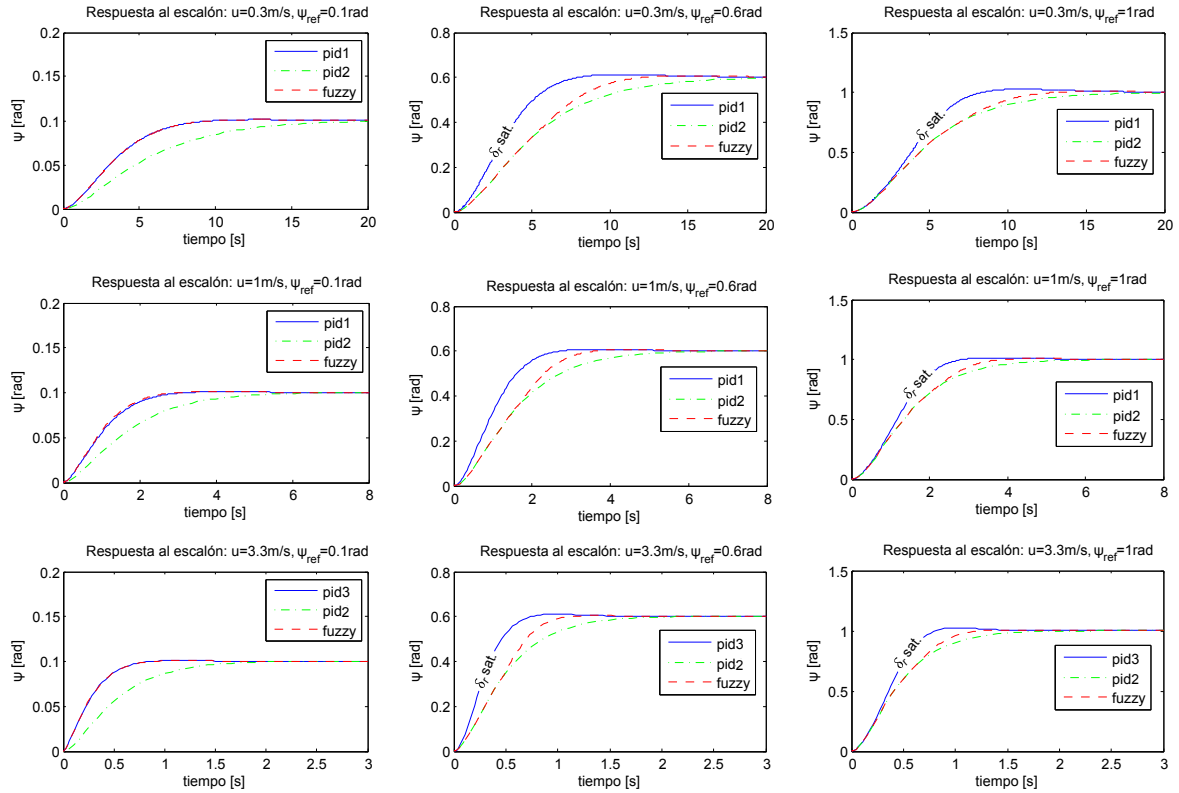


Figura 18: Respuesta al escalón combinando diferentes situaciones donde las velocidades varían entre 0.3m/s, 1m/s y 3.3m/s y los ángulos de referencia se asignan a 0.1rad, 0.6rad y 1rad. Cada simulación aplica cierto par de controles lineales tomados de la reglas, y un control difuso como combinación de todas las reglas

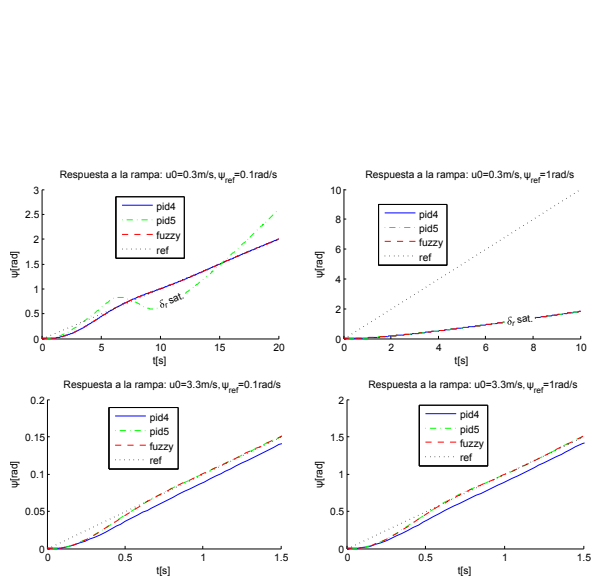


Figura 19: Respuesta a la rampa para velocidades de 0.3m/s y 3.3m/s con diferentes rampas de referencia: 0.1rad/s y 1rad/s. Cada simulación aplica los dos controles lineales diseñados para rampa y el control difuso como combinación de todas las reglas

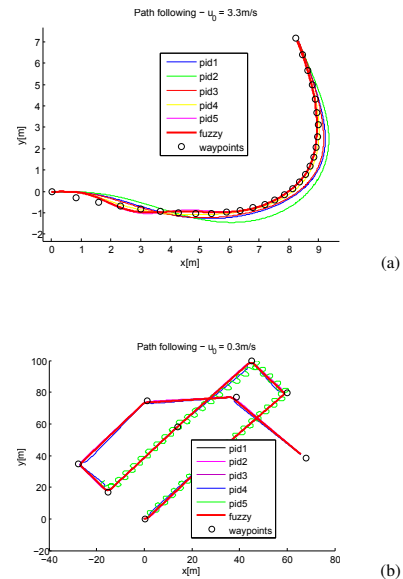


Figura 20: Seguimiento de trayectorias por path-following. a) Curva muy cerrada a una velocidad alta. b) Trayectoria de grandes distancias pero con cambios repentinos en la referencia al cambiar de waypoint.