

Modelo reducido de un reactor nuclear y su utilización en las asignaturas del Ámbito de la Ingeniería Nuclear

Reduced model of a nuclear reactor and its use for teaching Nuclear Engineering courses

A. Vidal-Ferràndiz, S. Carlos, D. Ginestar, S. Gallardo

anvifer2@upv.es, scarlos@iqn.upv.es, dginesta@mat.upv.es, sergalbe@iqn.upv.es

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Abstract

En el grado de Ingeniería de la Energía, los alumnos pueden cursar las asignaturas de Tecnología Nuclear y Seguridad Nuclear. En ambas asignaturas se estudia el diseño de un reactor nuclear para que la central funcione en condiciones seguras. Para conseguir que los alumnos entiendan el funcionamiento de un reactor nuclear es interesante el uso de modelos matemáticos que reproduzcan tanto la potencia generada como la evolución de otras variables que afectan a la seguridad de la planta. En este trabajo, se presenta un modelo sencillo de reactor de agua a presión que permite observar la evolución temporal de la potencia del reactor y las temperaturas de los componentes más importantes de la planta. Para obtener la potencia generada se hace uso del modelo de cinética puntual, mientras que para el cálculo de las temperaturas del combustible y del refrigerante se utiliza un modelo sencillo de transmisión de calor. De este modo, el problema se formula mediante un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que se resuelve utilizando métodos numéricos. El desarrollo del modelo permite a los alumnos de Tecnología Nuclear y Seguridad Nuclear comprender la evolución temporal de alguna de las variables de un reactor y darse cuenta de los efectos estabilizantes que los parámetros de la termohidráulica tienen sobre la potencia generada.

In the Bachelor's degree of Energy Engineering, students can attend to Nuclear Technology and Nuclear Safety courses. Both subjects are focused on the reactor design to assure the nuclear power plant operates in safe conditions. The use of mathematical models to reproduce the power generated and other plant safety variables helps the students to understand the nuclear power reactor operation. In this work, a simple model of a Pressurized Water Reactor that allows to represent the temporal evolution of the reactor power and the temperatures of the most important plant components is presented. The point kinetics model is used to obtain the power generated inside the core, while a simple heat transfer model is used to calculate the fuel and coolant temperatures. In this way, the problem is formulated as a system of ordinary differential equations that is solved using numerical methods. The development of the model allows the students of Nuclear Technology and Nuclear Safety to understand the temporal evolution of some of the reactor variables and to become aware of the stabilization effect of the thermohydraulic parameters over the generated power

Palabras clave: Ingeniería nuclear, cinética puntual, transmisión de calor.

Keywords: Nuclear engineering, point kinetics, heat transmission.

1. Introducción

En el marco del Espacio Europeo de Educación Superior, se hace especial hincapié en la adquisición de competencias específicas y transversales por materias y asignaturas de los diferentes grados y másteres. En el caso de las asignaturas *Tecnología Nuclear* y *Seguridad Nuclear*, del grado de Ingeniería de la Energía, se debe garantizar la adquisición de las siguientes competencias específicas: 1) Aplicar los conocimientos de termodinámica y mecánica de fluidos para el diseño y cálculo de máquinas e instalaciones de fluidos, así como de instalaciones de producción y utilización de energía. 2) Tener capacidad de análisis y síntesis. 3) Utilizar herramientas informáticas. Teniendo en cuenta esta premisa, se deben diseñar actividades que complementen los contenidos teóricos de las asignaturas y refuercen el aprendizaje de forma autónoma por parte de los estudiantes. En este contexto, una manera de trabajar este refuerzo competencial es mediante el uso de modelos matemáticos para simular el comportamiento de sistemas complejos, por ejemplo, un reactor nuclear. Sin embargo, la modelización exhaustiva de este tipo de sistemas es inasumible para una asignatura de grado o de máster. Por este motivo, se debe optar por modelos reducidos o simplificados que, por otra parte, presentan como valor añadido el hecho de aportar una visión general del comportamiento del sistema y clarificar los conceptos teóricos a los alumnos.

En concreto, la asignatura *Tecnología Nuclear* la cursan todos los estudiantes del grado durante el primer semestre del cuarto curso de la titulación, mientras que la asignatura *Seguridad Nuclear* se oferta como optativa en el segundo semestre del cuarto curso. Por tanto, los alumnos de ambas asignaturas tienen adquiridos unos conocimientos previos de transferencia de calor, resolución numérica de ecuaciones diferenciales e interacción de los neutrones con la materia, impartidos en las asignaturas de *Transmisión de Calor*, *Matemáticas III* y *Física III*, respectivamente.

Los modelos reducidos de reactores nucleares permiten el estudio de los fenómenos físicos que rigen su comportamiento de forma cualitativa (Su, Cotta, 2007). Este tipo de análisis posibilita la realización de estudios de sensibilidad sobre un determinado fenómeno que tiene lugar en el reactor y la identificación de los parámetros que le afectan de una manera rápida y sencilla. No obstante, hay que tener en cuenta que para la simulación de transitorios complicados como, por ejemplo, los accidentes de pérdida de refrigerante, es necesario el uso de modelos detallados implementados en códigos especializados.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo simplificado de reactor de agua a presión (PWR). En el desarrollo del modelo es necesario tener en cuenta el análisis neutrónico, que describe la potencia que genera el núcleo del reactor y el termohidráulico, que indica cómo se extrae la energía del núcleo. El modelo reducido de reactor se basa en las ecuaciones de la cinética puntual para describir el balance neutrónico en el núcleo, y en modelos de transferencia de calor basados en temperaturas medias para reproducir el intercambio energético en los elementos del reactor nuclear. El modelo completo se expresa matemáticamente como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Estas ecuaciones se pueden integrar mediante métodos numéricos como los métodos de Runge-Kutta (Butcher, 1987).

De este modo, durante las sesiones dedicadas a prácticas informáticas, los alumnos organizados en parejas y supervisados por los profesores programan un modelo dinámico de un reactor PWR, estudian su evolución temporal, analizan los parámetros principales de seguridad y repasan la integración numérica de sistemas de ecuaciones diferenciales aplicándola a un caso práctico. Cada pareja de alumnos escribe un informe del trabajo desarrollado, el cual se entrega junto con el código que ha elaborado para obtener los resultados. El material entregado por los alumnos es evaluado por los profesores de la asignatura. Durante las clases teóricas se

repan las conclusiones más importantes del informe y de su correcta presentación.

El trabajo se estructura de la siguiente forma: En la Sección 2, se introduce el modelo de cinética puntual que tiene en cuenta la cantidad de reacciones de fisión a lo largo del tiempo. Seguidamente, en la Sección 3, se explica el modelo de transferencia de calor que desarrolla cómo se extrae el calor producido por las fisiones y cómo evolucionan las temperaturas del circuito primario y secundario del reactor. Resultados numéricos de la solución dada por el modelo en diferentes condiciones se exponen en la Sección 4. Finalmente, en la Sección 5, se presentan las principales conclusiones del trabajo.

2. Cinética puntual

Las ecuaciones de la cinética puntual modelan la evolución temporal la población neutrónica y se pueden obtener como una aproximación de las ecuaciones del transporte neutrónico. La ecuación del transporte neutrónico describe la población neutrónica en el interior del reactor de un modo general. Bajo las condiciones en las que opera un reactor nuclear, este modelo se puede aproximar mediante la ecuación de la difusión neutrónica en un grupo de energía y K grupos de precursores neutrónicos (Stacey, 2007). La ecuación de la difusión es de la forma

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \vec{\nabla} D \vec{\nabla} \phi - \Sigma_a \phi + (1 - \beta) \nu \Sigma_f \phi + \sum_{k=1}^K \lambda_k C_k, \quad (1)$$

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = \beta_k \nu \Sigma_f \phi - \lambda_k C_k, \quad k = 1, \dots, K. \quad (2)$$

donde ϕ es el flujo neutrónico, C_k es la concentración de precursores de neutrones del grupo k -ésimo, D es el coeficiente de difusión, Σ_a y Σ_f son las secciones eficaces de absorción y fisión, ν es la cantidad media de neutrones que se producen como resultado de una fisión, v es la velocidad media de los neutrones, λ_k es la constante de decaimiento de los precursores neutrónicos del grupo k y β_k es la probabilidad de que una fisión produzca un precursor neutrónico del tipo k .

El modelo de cinética puntual se basa en la suposición de que es posible factorizar el flujo neutrónico según la dependencia espacial y temporal de la forma,

$$\phi(\vec{x}, t) = N(t) \psi(\vec{x}), \quad (3)$$

donde $N(t)$ es la potencia normalizada del reactor y $\psi(\vec{x})$ es el flujo neutrónico en el estado estacionario. El flujo $\psi(\vec{x})$ se puede calcular a partir de la configuración inicial del reactor, resolviendo el siguiente problema de autovalores diferencial

$$-\vec{\nabla} D^0 \vec{\nabla} \psi + \Sigma_a^0 \psi = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \nu \Sigma_f^0 \psi, \quad (4)$$

donde k_{eff} es el autovalor fundamental, o de mayor magnitud y $\psi(\vec{x})$ es su correspondiente autofunción. En las prácticas de Tecnología Nuclear, los alumnos obtienen k_{eff} y $\psi(\vec{x})$ mediante métodos analíticos para geometrías sencillas y utilizando el método de las diferencias finitas para geometrías más complicadas. Un ejemplo de esta resolución está publicada en (Vida-Ferrández et al., 2017).

El problema (4) se puede reescribir utilizando el operador de pérdida de neutrones, $L^0 = -\vec{\nabla} D^0 \vec{\nabla} + \Sigma_a^0$, y el operador de producción, $M^0 = \nu \Sigma_f^0$, como

$$L^0 \psi = \frac{1}{k_{\text{eff}}} M^0 \psi. \quad (5)$$

Para cualquier configuración del reactor se pueden escribir los operadores de pérdidas y producción como

$$L = L^0 + \delta L, \quad M = M^0 + \delta M,$$

y las ecuaciones (1) y (2) se reescriben como

$$\frac{1}{v}\psi \frac{\partial N}{\partial t} + (L^0 + \delta L)N\psi = (1 - \beta)(M^0 + \delta M)N\psi + \sum_{k=1}^K \lambda_k C_k, \quad (6)$$

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = \beta_k(M^0 + \delta M)N\psi - \lambda_k C_k, \quad k = 1, \dots, K. \quad (7)$$

Si introducimos el producto escalar

$$\langle \varphi, \eta \rangle = \int_V \varphi(\vec{x}) \eta(\vec{x}) d\vec{x}, \quad (8)$$

donde la integración se extiende a todo el volumen del núcleo del reactor, V . Las ecuaciones (6) y (7), haciendo uso de la ecuación (5), se pueden expresar como

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= N \left(\left(1 - \frac{1}{k_{\text{eff}}}\right) - \beta \right) \frac{\langle \psi, M^0 \psi \rangle}{\langle \psi, \frac{1}{v} \psi \rangle} \\ &\quad + \frac{\langle \psi, ((1 - \beta)\delta M - \delta L) \psi \rangle}{\langle \psi, \frac{1}{v} \psi \rangle} N + \sum_{i=1}^K \lambda_i \frac{\langle \psi, C_i \rangle}{\langle \psi, \frac{1}{v} \psi \rangle}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \psi, C_i \rangle}{dt} &= N \beta_i \langle \psi, M^0 \psi \rangle + \beta_i N \langle \psi, \delta M \psi \rangle - \lambda_i \langle \psi, C_i \rangle, \\ &\quad i = 1, \dots, K. \end{aligned} \quad (10)$$

Definiendo el tiempo de generación de neutrones, Λ , y las amplitudes c_i ,

$$\Lambda = \frac{\langle \psi, \frac{1}{v} \psi \rangle}{\langle \psi, M^0 \psi \rangle}, \quad c_i = \frac{\langle \psi, C_i \rangle}{\langle \psi, \frac{1}{v} \psi \rangle} = \frac{\langle \psi, C_i \rangle}{\Lambda} \langle \psi, M^0 \psi \rangle, \quad i = 1, \dots, K.$$

las ecuaciones (9) y (11) se reescriben como

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N}{\Lambda} \left(\left(1 - \frac{1}{k_{\text{eff}}}\right) + \frac{1}{\langle \psi, M^0 \psi \rangle} \langle \psi, ((1 - \beta)\delta M - \delta L) \psi \rangle - \beta \right) + \sum_{i=1}^K \lambda_i c_i, \quad (11)$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \beta_i \frac{N}{\Lambda} + \beta_i \frac{N}{\Lambda} \frac{1}{\langle \psi, M^0 \psi \rangle} \langle \psi, \delta M \psi \rangle - \lambda_i c_i, \quad i = 1, \dots, K. \quad (12)$$

Se define la reactividad, ρ ,

$$\rho = \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{k_{\text{eff}}} + \frac{1}{\langle \psi, M^0 \psi \rangle} \langle \psi, ((1 - \beta)\delta M - \delta L) \psi \rangle \right),$$

y en la ecuación (12) se hace la aproximación

$$1 + \frac{1}{\langle \psi, M^0 \psi \rangle} \langle \psi, \delta M \psi \rangle \approx 1,$$

obteniendo las ecuaciones del modelo de *cinética puntal*

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\beta(\rho - 1)}{\Lambda} N + \sum_{i=1}^K \lambda_i c_i, \quad (13)$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{\beta_i N}{\Lambda} - \lambda_i c_i, \quad i = 1, \dots, K. \quad (14)$$

La potencia generada por el reactor, P , es proporcional a N por lo que

$$P = \gamma N, \tag{15}$$

con lo que el modelo de cinética puntual queda como un sistema de $K+1$ ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\beta(\rho - 1)}{\Lambda} P + \sum_{i=1}^K \lambda_i \hat{c}_i, \tag{16a}$$

$$\frac{d\hat{c}_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} P - \lambda_i \hat{c}_i, \quad i = 1, \dots, K, \tag{16b}$$

donde $\hat{c}_k = \gamma c_k$.

El estado inicial del reactor se elige como el estado estacionario del reactor, por lo que las amplitudes iniciales de precursores de neutrones diferidos satisfacen

$$\hat{c}_i^0 = \frac{\beta_i}{\Lambda \lambda_i} P^0, \quad i = 1, \dots, K, \tag{17}$$

donde P^0 es la potencia en estado estacionario del reactor.

3. Modelo termohidráulico

En esta Sección se presenta el modelo termohidráulico del reactor, es decir, cómo se modeliza la extracción del calor generado en el núcleo del reactor mediante la circulación de agua a través del sistema primario y, posteriormente, a través del sistema secundario. Para que el modelo sea lo más sencillo posible se ha tomado en consideración un modelo de transferencia de calor basado en las temperaturas medias de los componentes de la planta. Primero nos ocupamos de la transferencia de calor entre el combustible y el refrigerante en la vasija del reactor. En segundo lugar, tratamos la transferencia de calor entre la vasija y el sistema primario. Finalmente, desarrollamos las ecuaciones relativas a los generadores de vapor en el sistema secundario.

El efecto de las temperaturas de los diferentes elementos de la planta sobre la potencia del reactor se suele referir como *feedback termohidráulico* ya que actúan como una retroalimentación al efecto de la reactividad en la potencia del reactor formando un bucle cerrado como se muestra en la Figura 1.

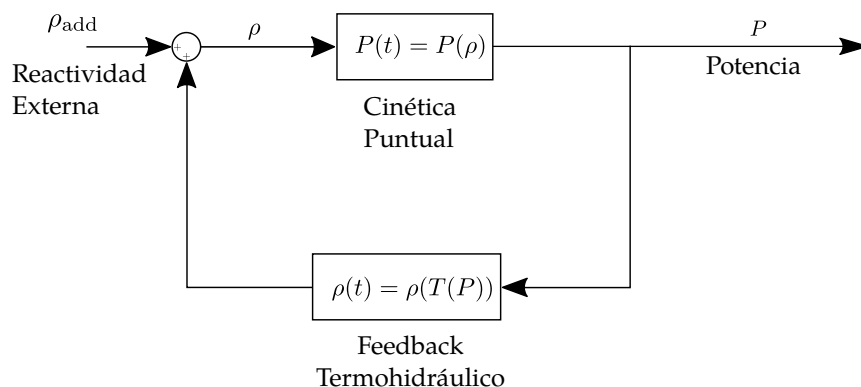


Figura 1: Diagrama de bucle cerrado para el modelo de reactor.

Realizando un balance energético entre el combustible y el moderador en la vasija (agua a presión) podemos obtener la transferencia de calor entre estos elementos. Para determinar este modelo se parte de la ecuación de conducción de calor de Fourier, que nos da la distribución de temperatura en las varillas de combustible

$$\rho_f c_{pf} \frac{\partial T}{\partial t} = P(\vec{x}) + \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) \quad (18)$$

siendo ρ_f la densidad del combustible, c_{pf} el calor específico a presión constante del combustible, P la distribución de potencia generada por el combustible, k el coeficiente de transferencia de calor y T la distribución de la temperatura en las varillas.

Integrando la ecuación (18) para toda la región de combustible, V_f , se tiene

$$\overline{\rho_f c_{pf}} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_f} T(\vec{x}) d\vec{x} = P + \int_{V_f} \left(\vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) \right) d\vec{x}, \quad (19)$$

donde $\overline{\rho_f c_{pf}}$ es un coeficiente efectivo promedio del combustible y P es la potencia promedio del reactor cedida por el combustible, que se ha calculado en la sección anterior. Se introduce la temperatura media de del combustible, T_f ,

$$T_f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} T(\vec{x}) d\vec{x}. \quad (20)$$

Utilizando el teorema de Gauss se puede reescribir la ecuación (19) como

$$\frac{dT_f}{dt} = \frac{P}{\overline{\rho_f c_{pf}}} + \frac{1}{V_f \overline{\rho_f c_{pf}}} \int_{S_f} k \vec{\nabla} T d\vec{S} \quad (21)$$

donde S_f es la superficie de la región del combustible. Para este modelo se considera una aproximación de la integral de superficie como en (March-Leuba,1986),

$$\int_{S_f} k \vec{\nabla} T d\vec{S} \approx -UA(T_f - T_{av}), \quad (22)$$

donde U es el coeficiente de transferencia de calor efectivo para el núcleo del reactor, A es el área efectiva de la región del combustible y T_{av} es la temperatura media del refrigerante-moderador en la vasija.

Finalmente, podemos reescribir la ecuación (21) como (Park1992).

$$\frac{dT_f}{dt} = - \left(\frac{UA}{M_f c_{pf}} \right) (T_f - T_{av}) + \left(\frac{F}{M_f c_{pf}} \right) \bar{P}, \quad (23)$$

donde M_f es una masa efectiva del combustible y F es una constante.

Mediante un razonamiento similar, se obtiene una ecuación para la variación de la temperatura media del moderador en el interior de la vasija del reactor,

$$\frac{dT_{av}}{dt} = \left(\frac{UA}{M_c c_{pc}} \right) (T_f - T_{av}) + \left(\frac{m_p}{M_c} \right) (T_{out} - T_{in}), \quad (24)$$

donde M_c es la masa efectiva del refrigerante, c_{pc} es el calor específico a presión constante del refrigerante, m_p es la variación de masa del refrigerante en la vasija por unidad de tiempo, T_{out} es la temperatura de salida del refrigerante que se obtiene a partir de la relación aproximada,

$$T_{av} = \frac{1}{2} (T_{out} + T_{in}), \quad (25)$$

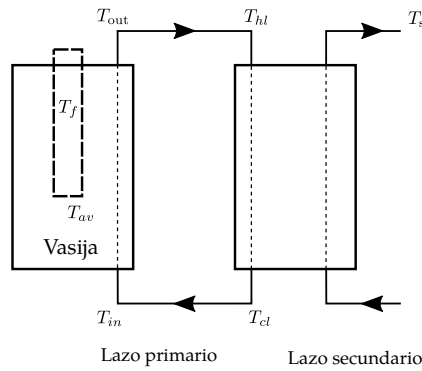


Figura 2: Esquema del modelo de transferencia de calor del reactor.

siendo T_{in} la temperatura media de entrada del moderador en la vasija. Para las temperaturas medias de la rama fría y caliente T_{cl} y T_{hl} , se tienen las siguientes ecuaciones (véase Figura 2)

$$\frac{dT_{in}}{dt} = \frac{1}{\tau_{cl}}(T_{cl} - T_{in}), \quad (26)$$

$$\frac{dT_{hl}}{dt} = \frac{1}{\tau_{hl}}(T_{out} - T_{hl}), \quad (27)$$

donde τ_{cl} y τ_{hl} son constantes de tiempo de la rama fría y caliente.

Llegados a este punto, se plantea el siguiente modelo, muy simplificado (Park, 1992), para el balance energético para el generador de vapor del lazo secundario

$$T_{cl} = D_2 T_s - D_3 T_{hl}, \quad (28)$$

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{\tau_s} (T_s - T_{hl} + G), \quad (29)$$

donde D_2 , D_3 y G son constantes asociadas al generador de vapor y τ_s es la constante de tiempo del generador.

Por último, escribimos la correlación que se utiliza para la reactividad, medida en dólares,

$$\rho(t) = \alpha_f(T_f - T_f^0) + \alpha_{av}(T_{av} - T_{av}^0) + \rho_{add}, \quad (30)$$

donde α_f es el coeficiente de reactividad con la temperatura del combustible y α_{av} es el coeficiente de reactividad con la temperatura del refrigerante en la vasija y ρ_{add} es un término adicional que se utiliza para generar transitorios de inserción de reactividad, debido, por ejemplo, al movimiento de las barras de control.

Las variables del modelo en el estado estacionario, o condición inicial, se denotan con el superíndice 0. Los coeficientes de reactividad juegan un papel muy importante en los transitorios del reactor. Para este tipo de reactores estos coeficientes son negativos ya que estabilizan el reactor ante variaciones moderadas de la reactividad. El coeficiente de reactividad con la temperatura del combustible tiene en cuenta los efectos de absorción de resonancia (efecto Doppler) y la distorsión térmica de los elementos de combustible mientras que coeficiente de reactividad con la temperatura del refrigerante incluye la expansión térmica de moderador y los cambios en el espectro energético de los neutrones (Stacey, 2007).

Por tanto, el modelo de reactor PWR planteado se puede reescribir, eliminando las variables

dependientes en las ecuaciones anteriores, del siguiente modo

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} (\alpha_f (T_f - T_f^0) + \alpha_{av} (T_{av} - T_{av}^0) + \rho_{\text{add}} - 1) P + \sum_{k=1}^K \lambda_k \hat{c}_k, \quad (31a)$$

$$\frac{d\hat{c}_k}{dt} = \frac{\beta_k}{\Lambda} P - \lambda_k \hat{c}_k, \quad k = 1, \dots, K, \quad (31b)$$

$$\frac{dT_f}{dt} = -A_1 (T_f - T_{av}) + A_2 P, \quad (31c)$$

$$\frac{dT_{av}}{dt} = A_3 (T_f - T_{av}) + 2A_4 (T_{av} - T_{in}), \quad (31d)$$

$$\frac{dT_{in}}{dt} = \frac{1}{\tau_{cl}} (D_2 T_s - D_3 T_{hl} - T_{in}), \quad (31e)$$

$$\frac{dT_{hl}}{dt} = \frac{1}{\tau_{hl}} (2T_{av} - T_{in} - T_{hl}), \quad (31f)$$

$$\frac{dT_s}{dt} = -\frac{1}{\tau_s} (T_s - T_{hl} + G), \quad (31g)$$

donde se han introducido las constantes,

$$A_1 = \frac{UA}{M_f c_{pf}}, \quad A_2 = \frac{F}{M_f c_{pf}}, \quad A_3 = \frac{UA}{M_c c_{pc}}, \quad A_4 = \frac{m}{M_c}.$$

El modelo planteado presenta un gran número de constantes efectivas, por lo que para reducir el número de las mismas se utilizarán las ecuaciones del modelo de estado estacionario, que dan lugar a las siguientes relaciones,

$$A_2 = \frac{T_f^0 - T_{av}^0}{P^0} A_1, \quad A_4 = -\frac{T_f^0 - T_{av}^0}{2T_{av}^0 - 2T_{in}^0} A_3, \\ D_2 = \frac{D_3 T_{hl}^0 + T_{in}^0}{T_s^0}, \quad G = T_{hl}^0 - T_s^0.$$

A partir de estas relaciones, el modelo de PWR en función de las constantes independientes es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} (\alpha_f (T_f - T_f^0) + \alpha_{av} (T_{av} - T_{av}^0) + \rho_{\text{add}}(t) - 1) P + \sum_{k=1}^K \lambda_k \hat{c}_k, \quad (32a)$$

$$\frac{d\hat{c}_k}{dt} = \frac{\beta_k}{\Lambda} P - \lambda_k \hat{c}_k, \quad k = 1, \dots, K, \quad (32b)$$

$$\frac{dT_f}{dt} = A_1 \left(T_{av} - T_f + \frac{T_f^0 - T_{av}^0}{P^0} P \right), \quad (32c)$$

$$\frac{dT_{av}}{dt} = A_3 (T_f - T_{av}) - A_3 \left(\frac{T_f^0 - T_{av}^0}{T_{av}^0 - T_{in}^0} \right) (T_{av} - T_{in}), \quad (32d)$$

$$\frac{dT_{in}}{dt} = \frac{1}{\tau_{cl}} \left(\frac{D_3 T_{hl}^0 + T_{in}^0}{T_s^0} T_s - D_3 T_{hl} - T_{in} \right), \quad (32e)$$

$$\frac{dT_{hl}}{dt} = \frac{1}{\tau_{hl}} (2T_{av} - T_{in} - T_{hl}), \quad (32f)$$

$$\frac{dT_s}{dt} = -\frac{1}{\tau_s} (T_s - T_{hl} + T_{hl}^0 - T_s^0). \quad (32g)$$

P^0 (MW)	T_f^0 (K)	T_{av}^0 (K)	T_{in}^0	T_{hl}^0 (K)	T_s^0 (K)
3000	820	570	550	590	540

Tabla 1: Valores en el estado estacionario inicial.

β	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
0.0065	0.000247	0.0013845	0.001222	0.0026455	0.000832	0.000169
Λ (s)	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
4×10^{-5}	0.0125	0.0308	0.1152	0.3109	1.24	3.3287

Tabla 2: Parámetros de las ecuaciones de la cinética puntual.

4. Resultados numéricos

Asumiendo la aproximación típica de 6 grupos de precursores de neutrones, $K = 6$, el modelo de reactor PWR (32) contiene 12 ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Este sistema puede ser resuelto numéricamente mediante un método explícito de Runge-Kutta con control de paso de tiempo de integración como los implementados en las funciones *ode23* o *ode45* de Matlab[®] (Shampine and Reichelt, 1997).

Las condiciones iniciales del reactor que se quiere estudiar se muestran en la Tabla 4. Los parámetros de la cinética puntual se adjuntan en la Tabla 4, mientras que los parámetros termohidráulicos del reactor se expresan en la Tabla 4.

En este tipo de simulaciones numéricas, una de las primeras tareas que hay que realizar es asegurarse que el código se ha programado de forma correcta. Para ello, el primer paso para los alumnos es comprobar si el reactor se mantiene en estado estacionario con $\rho_{\text{add}} = 0.0$, cosa que el modelo (32) cumple. De esta forma los alumnos pueden localizar diferentes errores de programación.

Para la simulación numérica de un transitorio, se ha utilizado una rampa de inserción de reactividad debido a una subida de las barras de control, que se modeliza mediante la función

$$\rho_{\text{add}} = \begin{cases} \frac{0.2}{4}t & \text{si } t < 4.0 \\ 0.2 & \text{si } t \geq 4.0 \end{cases} \quad (33)$$

Primero, estudiamos el modelo de reactor sin feedback termohidráulico, es decir, utilizando sólo las ecuaciones de la cinética puntual (16). La Figura 3(a) representa la evolución temporal de la potencia del reactor durante los primeros 15 segundos, mientras que en la Figura 3(b) se muestra la evolución de la potencia durante los primeros 120 segundos de simulación. En estas Figuras podemos ver cómo el reactor sin ‘feedback’ termohidráulico es totalmente inestable siguiendo un comportamiento exponencial.

La Figura 4 muestra la evolución temporal de la potencia para el modelo con feedback termohidráulico (32). En esta Figura podemos observar un incremento de la potencia hasta 220 MW durante los primeros 4 segundos de simulación, mientras crece la rampa de reactividad. Seguidamente, la potencia baja debido al incremento del efecto Doppler de las secciones eficaces con la subida de la temperatura de combustible. Posteriormente, el aumento de la temperatura

α_f	α_{av}	A_1 (1/s)	A_3 (1/s)	τ_{cl} (s)	τ_{hl} (s)	τ_s (s)	D_3 (s)
-0.108	-0.006	0.166	0.010	2.0	1.5	4.0	-0.3

Tabla 3: Parámetros del sistema termohidráulico.

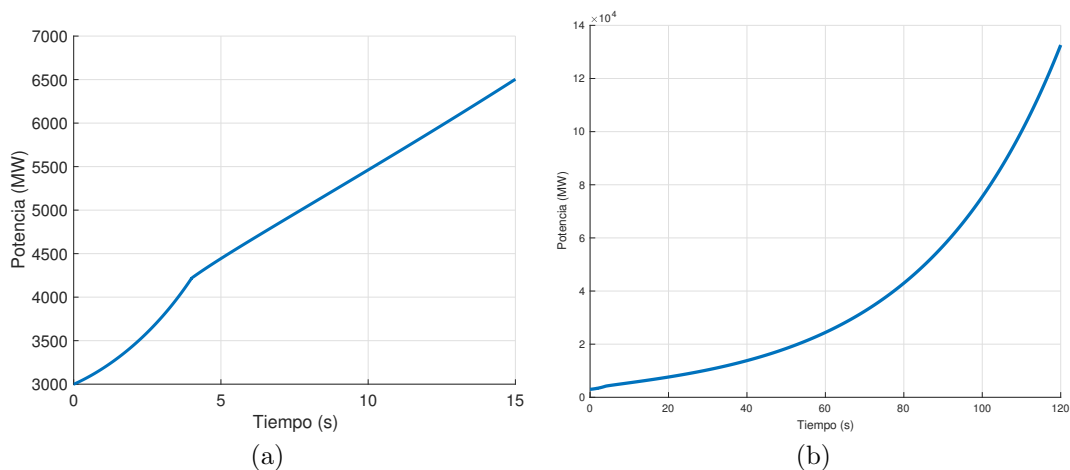


Figura 3: Evolución temporal de la potencia sin feedback termohidráulico.

del refrigerante provoca la estabilización del reactor en unos 100 segundos. Estos dos efectos hacen que un reactor nuclear PWR sea un sistema estable ante inserciones de reactividad moderadas. Es importante destacar que la potencia del reactor sólo aumenta 1 MW tras la subida de las barras de control, una vez estabilizado.

La evolución de la temperatura del combustible, la temperatura media del refrigerante en la vasija, la temperatura de la rama caliente, de la rama fría y del secundario se muestran en la Figura 5. En la Figura 5(a) se muestra como la temperatura del combustible aumenta rápidamente unos 11 K durante los primeros 4 segundos de simulación, siguiendo un comportamiento similar al de la potencia de reactor. La temperatura del combustible es un parámetro de seguridad básico para el reactor, ya que la vaina metálica que rodea el combustible, hecha de zircaloy, expuesta a altas temperaturas durante el tiempo suficiente puede oxidarse. Esta reacción química de oxidación produce hidrógeno gaseoso que es altamente inflamable y explosivo. Posteriormente, la temperatura del combustible se estabiliza con un aumento permanente de sólo 2 K. Las otras temperaturas del agua en la planta se muestran las Figuras 5(b) y 5(c) en las que podemos observar un aumento paulatino hasta unos 2 K debido al aumento de temperatura del fuel.

Todos los códigos de Matlab[®] para la realización de este trabajo se pueden consultar de forma libre en el repositorio en línea <https://bitbucket.org/Zonni/modelo-reducido-reactor/src>.

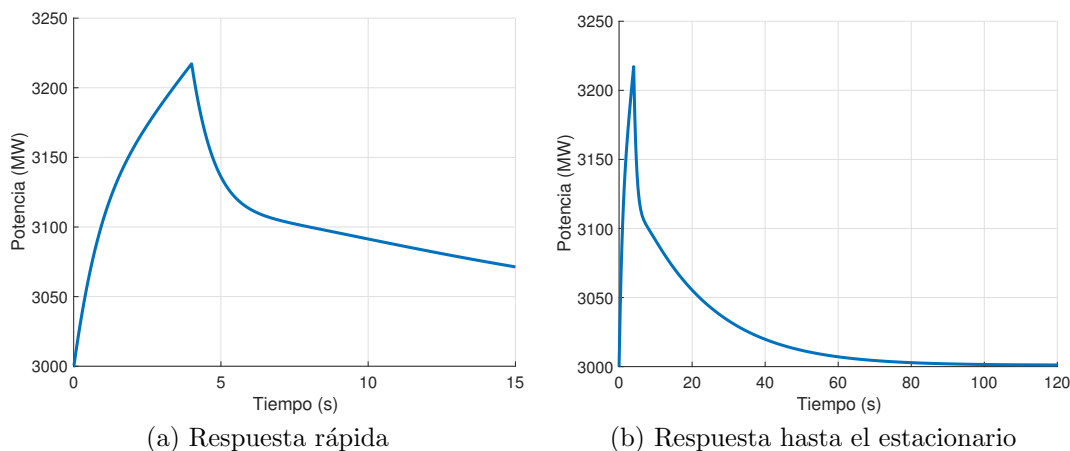
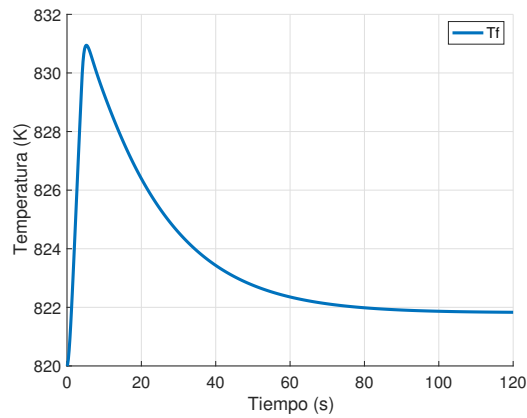
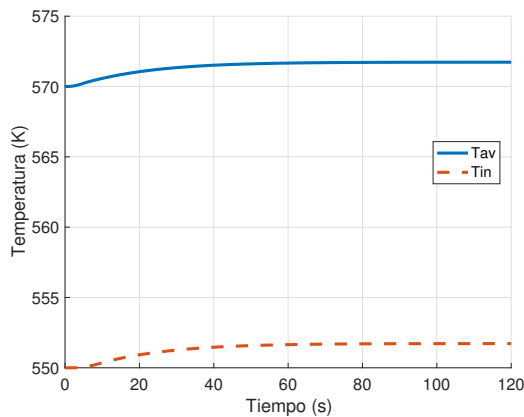


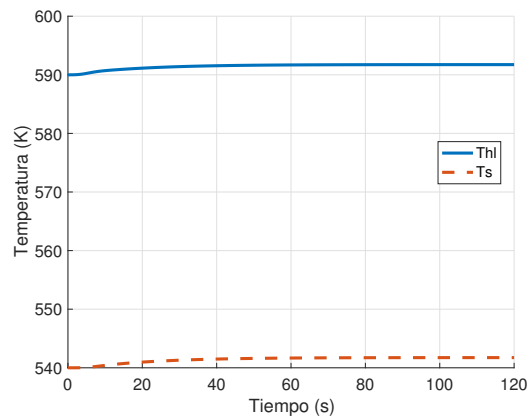
Figura 4: Evolución temporal de la potencia con feedback termohidráulico.



(a) Temperatura combustible



(b) Media y de entrada



(c) Primario y de salida

Figura 5: Evolución temporal de las temperaturas.

5. Conclusiones

En este trabajo se ha desarrollado un modelo simplificado de reactor nuclear. Este modelo está basado en los modelos de cinética puntual y de transferencia de calor entre temperaturas medias que se formula mediante un sistema de 13 ecuaciones diferenciales que se puede resolver mediante un método numérico. El modelo se puede utilizar para mostrar el comportamiento cualitativo de un reactor ante un determinado transitorio asociado con una situación accidental. Por ejemplo, las simulación numérica de un transitorio de inserción de reactividad muestra que el modelo sin los efectos de la termohidráulica es totalmente inestable, mientras que el modelo completo es estable. El modelo completo para una inserción moderada de reactividad predice una subida brusca de la potencia mientras insertamos el elemento que provoca el aumento de reactividad, seguido por un descenso rápido y, posteriormente, más lento de la potencia. Una vez estabilizado el reactor en unos pocos minutos, la subida de la potencia es muy pequeña. La temperatura del combustible sigue un comportamiento similar al de la potencia térmica.

Mediante la realización de este ejercicio de forma autónoma, supervisados por los profesores, los alumnos son capaces de programar un modelo dinámico de un reactor PWR, comprender su evolución temporal, analizar los parámetros principales de seguridad y repasar la integración numérica de sistemas de ecuaciones diferenciales y aplicarla a un caso práctico. Este tipo de ejercicios encajan perfectamente en la adquisición de la competencias que propone el Espacio Europeo de Educación Superior.

Referencias

-  [Butcher, J. C. \(1987\).](#)
The numerical analysis of ordinary differential equations: Runge-Kutta and general linear methods.
John Wiley & Sons Inc. Chichester, New York.
-  [March-Leuba, J., Cacuci, D. G., and Perez, R. B. \(1986\).](#)
Nonlinear dynamics and stability of boiling water reactors: Part 1 – qualitative analysis.
Nuclear Science and Engineering, 93(2):111–123.
-  [Park, M. G. and Cho, N. Z. \(1992\).](#)
Design of a nonlinear model-based controller with adaptive pi gains for robust control of a nuclear reactor.
Progress in Nuclear Energy, 27(1):37–49.
-  [Shampine, L. F. and Reichelt, M. W. \(1997\).](#)
The matlab ode suite.
SIAM Journal on Scientific Computing, 18:1–22.
-  [Stacey, W. M. \(2007\).](#)
Nuclear Reactor Physics.
John Wiley and Sons. Chichester, New York.
-  [Su, J. and Cotta, R. M. \(2001\).](#)
Improved lumped parameter formulation for simplified LWR thermohydraulic analysis.
Annals of Nuclear Energy, 28(10):1019–1031.
-  [Vidal-Ferràndiz, A., Carlos, S., and Verdú, G. \(2017\).](#)
Estudio del flujo neutrónico en un reactor cilíndrico.
Modelling in Science Education and Learning, 10(2):5–20.